

Nicht-thermische Besetzungsdichten im Wasserstoffplasma mit Strahlungsabsorption

W. L. BOHN

DVL-Institut für Plasmadynamik, Stuttgart

(Z. Naturforschg. **22 a**, 1953—1959 [1967]; eingegangen am 3. März 1967)

Steady-state population densities and electron densities are calculated in a non-equilibrium hydrogen plasma at constant pressure. The ratio of the temperatures of electrons and heavy particles is taken as a parameter. The radiation field of the LYMAN lines is included using a mean absorption coefficient for each transition. The deviations of densities of excited levels and electrons from equilibrium values are very large at low temperatures. The ground state population remains closer to equilibrium until the resonance radiation field vanishes with increasing temperature. Deviations from equilibrium are found to be present even at atmospheric pressure. Detailed results are shown in numerous diagrams for pressures from 0.01 to 1 atmosphere and electron temperatures from 5×10^3 to 4×10^4 K.

Die Untersuchung der Besetzungsdichten von Quantenniveaus in nicht-thermischen Plasmen ist in zahlreichen Arbeiten unternommen worden^{1–5}. Obwohl diese Arbeiten Unterschiede aufweisen, beispielsweise in den Wirkungsquerschnitten für die in Frage kommenden Prozesse, oder in gewissen Randbedingungen für das zu lösende Differentialgleichungssystem, entsprechen sie sich in der Wahl der Bestimmungsparameter und in der Berücksichtigung des Strahlungsfeldes. Die Besetzungsdichten werden als Funktion der Elektronendichte n_e , und der Elektronentemperatur T_e , bestimmt⁶. Das Strahlungsfeld einer Spektrallinie, einer ganzen Serie oder des Kontinuums, wird durch einen den entsprechenden Übergangswahrscheinlichkeiten zugeordneten konstanten Faktor in das Differentialgleichungssystem einbezogen. Ist das Plasma bezüglich einer bestimmten Strahlung optisch dünn oder dick, so braucht nur der zugehörige Faktor jeweils 1 oder 0 gesetzt zu werden^{7,8}.

Auf diese Weise können beliebige Größenordnungen für die Selbstabsorption des Plasmas erfaßt werden. Diese Art der Strahlungsberücksichtigung bleibt natürlich sehr fiktiv, da sie bei vorgegebenen T_e und n_e ohne wirklichen Zusammenhang mit dem Absorptionskoeffizienten im Plasma ist. Um eine konsi-

stente Lösung der Besetzungsdichten zu erhalten, müssen das Differentialgleichungssystem und die Strahlungstransportgleichung simultan gelöst werden. Dies ist aber nur dann möglich, wenn man sich auf eine spezielle Geometrie des Plasmas festlegt⁹. Im folgenden wird als Kompromißlösung eine den Plasmaparametern entsprechende Selbstabsorption vorgeschlagen, die eine Übersicht der Besetzungsdichten über weite Bereiche des Plasmazustandes ermöglicht.

Da es für viele Experimente zweckmäßig erscheint, werden die Rechnungen als Funktion der Elektronentemperatur und des Plasmadruckes durchgeführt. Besitzen die schweren Teilchen eine eigene Temperatur T_i , dann muß ein dritter Parameter, nämlich $\xi = T_e/T_i$ in die Berechnungen eingeführt werden. Der Einfluß dieses neuen Parameters soll ganz besonders untersucht werden. Schließlich beschränkt sich diese Arbeit auf den stationären Fall.

I. Theorie

1. Optisch dünnes Plasma

Die Aufstellung des Differentialgleichungssystems für die Atomniveaus ist hinreichend bekannt und

¹ D. R. BATES, A. E. KINGSTON u. R. W. P. McWHIRTER, Proc. Roy. Soc. London A **267**, 297 [1962].

² R. W. P. McWHIRTER u. A. G. HEARN, Proc. Phys. Soc. London **82**, 641 [1963].

³ H. W. DRAWIN, Ann. Phys. Leipzig **14**, 262 [1964].

⁴ H. W. DRAWIN, Z. Naturforschg. **19a**, 1451 [1964].

⁵ H. W. DRAWIN, Ann. Phys. Leipzig **17**, 374 [1966].

⁶ Eine Ausnahme ist die Arbeit von L. M. BIBERMANN u. K. N. ULYANOV, Opt. and Spectr. **16**, 216 [1964], die bei konstantem Druck für die beiden ersten Quantenniveaus durchgeführt wurde.

⁷ D. R. BATES, A. E. KINGSTON u. R. W. P. McWHIRTER, Proc. Roy. Soc. London A **270**, 155 [1962].

⁸ H. W. DRAWIN, Report EUR-CEA-FC-302, Fontenay-aux-Roses [1965].

⁹ S. RAMER, Report IPP 3/32, Institut f. Plasmaphysik, Garching bei München 1965.



wird deshalb nur kurz erläutert. Die Zunahme der Besetzungsdichte eines Quantenniveaus j , $(dn(j)/dt)_+$, soll durch Dreier-Stoß-Rekombination, Strahlungsrekombination, Elektronenstoßan- und -abregung und spontane Abregung erfolgen:

$$\begin{aligned} \left(\frac{dn(j)}{dt} \right)_+ &= n_e^2 n^+ S^*(j) + n_e n^+ \alpha(j) \\ &+ n_e \left[\sum_{i=1}^{i=j-1} n(i) X(i, j) + \sum_{i=j+1}^{i=N} n(i) X^*(j, i) \right] \\ &+ \sum_{i=j+1}^{i=N} n(i) A(j, i). \end{aligned}$$

Die Abnahme der Besetzungsdichte des Quantenniveaus j , $(dn(j)/dt)_-$, soll durch Elektronenstoßionisation, Elektronenstoßan- und -abregung sowie durch spontane Abregung erfolgen:

$$\begin{aligned} \left(\frac{dn(j)}{dt} \right)_- &= n_e n(j) S(j) \\ &+ n_e n(j) \left[\sum_{i=j+1}^{i=N} X(j, i) + \sum_{i=1}^{i=j-1} X(j, i) \right] \\ &+ n(j) \sum_{i=1}^{i=j-1} A(i, j). \end{aligned}$$

Im stationären Fall gilt dann:

$$\frac{dn(j)}{dt} = \left(\frac{dn(j)}{dt} \right)_+ - \left(\frac{dn(j)}{dt} \right)_- = 0 \quad \text{für } j = 1 \text{ bis } N. \quad (1)$$

Dabei sind für die Elektronenstoßionisation aus dem Niveau j , $S(j)$, die Elektronenstoßanregung von j nach i , $X(j, i)$, und die Strahlungsrekombination in das Niveau j , $\alpha(j)$, die Wirkungsquerschnitte von BATES, KINGSTON und SEATON¹ herangezogen worden. Die spontane Emission von j nach i ist durch die üblichen EINSTEINSCHEN Koeffizienten $A(i, j)$ ausgedrückt.

Durch Anwendung des Prinzips des detaillierten Gleichgewichts ergeben sich die restlichen integrierten Wirkungsquerschnitte:

$$n_E(i) X(i, j) = n_E(j) X^*(j, i) \quad (i < j)$$

und

$$n_E(j) S(j) = n_e n^+ S^*(j),$$

wobei die mit „E“ indizierten Größen die entsprechenden Gleichgewichtswerte darstellen. Das Gleichungssystem (1) kann in eine übersichtlichere Form umgeschrieben werden. Der die Rekombination darstellende und von den Besetzungsdichten unabhängige Term kann durch einen Vektor \mathbf{R} dargestellt werden, mit den jeweiligen Komponenten:

$$n_e^2 n^+ S^*(j) + n_e n^+ \alpha(j) = - R_j.$$

Die Besetzungsdichten lassen sich ebenfalls durch einen Vektor

$$\mathbf{n} = (n(1), n(2), n(3), \dots, n(N))$$

darstellen, während ihre Koeffizienten eine Matrix der folgenden Form festlegen:

$$\text{für } i < j \text{ ist } \langle j | P | i \rangle = n_e X(i, j),$$

für $i = j$ ist

$$\begin{aligned} \langle j | P | i \rangle &= - n_e \left[S(j) + \sum_{i=j+1}^{i=N} X(j, i) + \sum_{i=1}^{i=j-1} X^*(j, i) \right] \\ &- \sum_{i=1}^{i=j-1} A(i, j), \end{aligned}$$

für $i > j$ ist $\langle j | P | i \rangle = n_e X^*(i, j) + A(j, i)$.

Für jedes Quantenniveau gilt nun anstelle von (1):

$$\frac{dn(j)}{dt} = \sum_{i=1}^{i=N} \langle j | P | i \rangle n(i) - R_j = 0.$$

In der Matrizenterminologie reduziert sich das gesamte System (1) zu der Gleichung:

$$P \mathbf{n} = \mathbf{R}. \quad (2)$$

Durch Multiplikation dieser Gleichung mit der inversen Matrix P^{-1} von links ergibt sich der Lösungsvektor \mathbf{n} und damit die Besetzungsdichten

$$P^{-1} P \mathbf{n} = P^{-1} \mathbf{R} \quad \text{und} \quad \mathbf{n} = P^{-1} \mathbf{R}. \quad (3)$$

Die Lösung des Problems führt auf die Inversion der Koeffizientenmatrix P . Der Rang dieser Matrix sowie die Dimension der Vektoren \mathbf{n} und \mathbf{R} wären im Fall eines völlig isolierten Atoms $N = \infty$ zu setzen.

Im Plasma ist diese Grenze jedoch endlich und durch die Erniedrigung sowohl der Ionisationsgrenze E_∞ als auch der Quantenniveaus $E(j)$ festgelegt:

$$E(N) - \Delta E(N) \leq E_\infty - \Delta E_\infty. \quad (4)$$

Darin ist ΔE_∞ die Ionisationspotentialerniedrigung und $\Delta E(N)$ die Erniedrigung des Niveaus N . Für ΔE_∞ sind in der Literatur sehr verschiedene, nicht zuletzt umstrittene Ausdrücke zu finden; $\Delta E(j)$ kann in der Größenordnung durch Linienverbreiterungsdaten angegeben werden. Auf diese Weise können einmal sehr unterschiedliche und vor allem bei kleinen Elektronendichten auch so hohe Zahlen für N zustande kommen, daß eine numerische Lösung nicht mehr bewältigt werden kann. Deshalb wird für die Durchführung der Berechnung ein anderer Lösungsweg eingeschlagen.

Bei hohen Quantenzahlen j wird auf Grund der dominierenden Stoßprozesse eine Annäherung der Besetzungsichten an die entsprechenden SAHA-BOLTZMANN-Werte erwartet. Tritt diese „Konvergenz“ bei $j = j_E$ ein, so ist $(j_E - 1)$ der Rang der Matrix und die Dimension der Vektoren in Gl. (2). Nun ist noch der Beitrag der höher als $(j_E - 1)$ gelegenen Niveaus zu zählen.

Da diese Niveaus nach unserem Modell eine Gleichgewichtsbesetzung haben, kann ihr Beitrag, der nur noch von j abhängt, in den Vektor \mathbf{R} zusammengefaßt werden. Somit ist dann:

$$\begin{aligned} -R_j &= n_e^2 n^+ S(j) + n_e n^+ \alpha(j) \\ &+ n_e \sum_{i=j_E}^{i=N} n_E(i) X^*(i, j) \\ &+ \sum_{i=j_E}^{i=N} n_E(i) A(j, i). \end{aligned}$$

Es wird ermittelt, welche Kombination j_E, N , „konvergierende“ Lösungen ergibt. Somit werden unter Umständen mehr Niveaus in die Rechnung einbezogen als durch (4) festgelegt sind; dafür werden aber die Erniedrigungen ΔE_∞ bzw. $\Delta E(j)$ nicht berücksichtigt. Das physikalische Bild des Atoms wird durch ein mathematisches ersetzt, einschließlich eventueller fiktiver Quantenniveaus, so daß die numerischen Beiträge zur Gl. (2) erhalten bleiben. Die Auswertung erfolgt mit $j_E = 20$ und $N = 40$. Bei vorgegebenem T_e wird über die Elektronendichte so lange zwischen Gl. (3) und der Druckgleichung ite-

riert, bis eine relative Genauigkeit von 10^{-4} erreicht ist. Mit dem eingangs erwähnten dritten Parameter $\xi = T_e/T_i$ lautet die Druckgleichung:

$$p = \left\{ n_e + \left[n^+ + \sum_{i=1}^{i=N} n(i) \right] \xi^{-1} \right\} k T_e.$$

Als letzte Bestimmungsgleichung wird die Quasineutralitätsbeziehung $n_e = n^+$ benutzt.

2. Plasma mit veränderlicher optischer Dicke

Das bislang nicht berücksichtigte Strahlungsfeld trägt durch die Absorption bzw. induzierte Emission zur Be- und Entvölkerung des Quantenniveaus j bei.

Setzen wir die Linienprofile bei Emission, Absorption und induzierter Emission voraus (alle φ_r), so lautet die Intensität des Strahlungsfeldes eines Übergangs $j \rightarrow i$

$$\bar{I}(i, j) = \frac{1}{4\pi} \int \int I_r \varphi_r d\nu d\Omega.$$

Die Integration wird über die entsprechende Spektrallinie und alle Raumwinkel durchgeführt.

Der strahlungsabhängige Beitrag zum Niveau j bzw. zur j -ten Zeile der linken Seite von Gl. (2) kann nun mit Hilfe der üblichen EINSTEINSchen Koeffizienten für induzierte Emission von j nach i , $B(i, j)$ und der Absorption von i nach j , $B(j, i)$, hingeschrieben werden. Zur besseren Übersicht wird die in Abschnitt 1 schon berücksichtigte spontane Emission im Zusammenhang mit den anderen Strahlungsprozessen nochmals aufgeführt:

$$(P \mathbf{n})_j |_{\text{Strahlung}} = \sum_{i=1}^{i=N} (P \mathbf{n})_{ji} |_{\text{Strahlung}} = -n(j) \sum_{i=1}^{i=j-1} A(i, j) - n(j) \sum_{i=1}^{i=j-1} B(i, j) \bar{I}(i, j) + \sum_{i=1}^{i=j-1} B(j, i) n(i) \bar{I}(i, j) + \sum_{i=j+1}^{i=N} n(i) A(j, i) + \sum_{i=j+1}^{i=N} B(j, i) n(i) \bar{I}(i, j) - n(j) \sum_{i=j+1}^{i=N} B(i, j) \bar{I}(i, j). \quad (5)$$

Auf Grund dieser Gleichung ist es zweckmäßig, anstatt der Populationskoeffizienten-Matrix P eine neue Matrix P^* einzuführen, die den Beitrag des Strahlungsfeldes beinhaltet. Sie ist wie folgt festgelegt:

$$\begin{aligned} \text{für } i < j: \langle j | P^* | i \rangle &= \langle j | P | i \rangle + B(j, i) \bar{I}(i, j), \\ \text{für } i > j: \langle j | P^* | i \rangle &= \langle j | P | i \rangle + B(j, i) \bar{I}(i, j), \\ \text{für } i = j: \langle j | P^* | i \rangle &= \langle j | P | i \rangle - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{i=N} B(i, j) \bar{I}(i, j). \end{aligned}$$

Die Besetzungsichten ergeben sich dann analog zu Abschnitt 1. durch die Lösung der Gleichung

$$P^* \mathbf{n} = \mathbf{R}.$$

Zur weiteren Untersuchung ist ein Umschreiben von Gl. (5) zweckmäßig und ergibt für $i > j$ den Beitrag:

$$\sum_{i=j+1}^{i=N} n(i) A(j, i) \left[1 + \frac{\bar{I}(i, j)}{A(j, i)} \left(B(j, i) - \frac{n(j)}{n(i)} B(i, j) \right) \right] = \sum_{i=j+1}^{i=N} n(i) A(j, i) \Theta(i, j).$$

Die eckige Klammer auf der linken Seite wird eins für den Grenzfall eines optisch dünnen Plasmas bezüglich der entsprechenden Übergänge (i, j) , wegen $\bar{I}(i, j) = 0$. Für den Grenzfall eines optisch dicken Plasmas gilt wegen der Wiederherstellung des Strahlungsgleichgewichts die PLANCKSche Strahlungsformel:

$$\bar{I}(i, j) = \frac{-A(j, i)}{B(j, i) - [n(j)/n(i)] B(i, j)},$$

und damit wird die eckige Klammer zu Null¹⁰. Entsprechendes gilt für die Beiträge $i < j$.

Der Anteil des Strahlungsfeldes kann also in dem der Übergangswahrscheinlichkeit $A(j, i)$ zugeordneten Faktor $\Theta(i, j)$ zusammengefaßt werden. Die Strahlungstransportgleichung liefert die dazu erforderliche Intensität $\bar{I}(i, j)$.

Wie anfangs erwähnt, ist das Problem ohne Festlegung einer speziellen Plasmageometrie nicht lösbar. Es wird deshalb eine drastische Vereinfachung vorgenommen.

In Analogie zur Intensität einer auf die Längeneinheit bezogenen homogenen leuchtenden Schicht soll für den Faktor $\Theta(i, j)$ der empirische Ansatz gelten:

$$\Theta(i, j) = \frac{1}{\kappa(i, j)l} \left(1 - e^{-\kappa(i, j)l}\right), \quad l = 1 \text{ cm}. \quad (6)$$

Dieser sonst dem Emissionskoeffizienten zugeordnete Faktor wird auf die Übergangswahrscheinlichkeiten für spontane Emission übertragen. Damit wird bezüglich der Beiträge zu Gl. (2) der Einfluß des Strahlungsfeldes simuliert. Die entsprechenden Integrationen über ν und Ω werden nicht durchgeführt. Für $\kappa(i, j)$ setzen wir den dem Übergang (i, j) entsprechenden Absorptionskoeffizienten für die Linienmitte ein. In dieser Form genügt Gl. (6) den Grenzbedingungen für optisch dünne und dicke Übergänge und beschreibt in erster Näherung das Verhalten des Strahlungsfeldes bei variabler Absorption.

Dieses Näherungsverfahren gilt a) für homogene Plasmen der Länge l und b) für solche Plasmen, die hinreichend gut durch eine Anhäufung von verschiedenen homogenen Schichten der Länge l dar-

gestellt werden können und deren Strahlungsfeld an einem beliebigen Aufpunkt nicht wesentlich durch die Umgebung beeinflußt ist¹¹.

II. Diskussion der Ergebnisse

Die Rechnungen sind unter Berücksichtigung des Strahlungsaustausches in der LYMAN-Serie und unter der Annahme von DOPPLER-Linienprofilen durchgeführt worden.

In Abb. 1 ist die normierte Besetzungsdichte des Grundzustandes¹² $n(1)/n(1)_{\text{equ}}$ für die Grenzfälle eines optisch dünnen bzw. dicken Plasmas bei mehreren Drücken dargestellt. Die in den folgenden Abbildungen aufgetragenen relativen Besetzungen

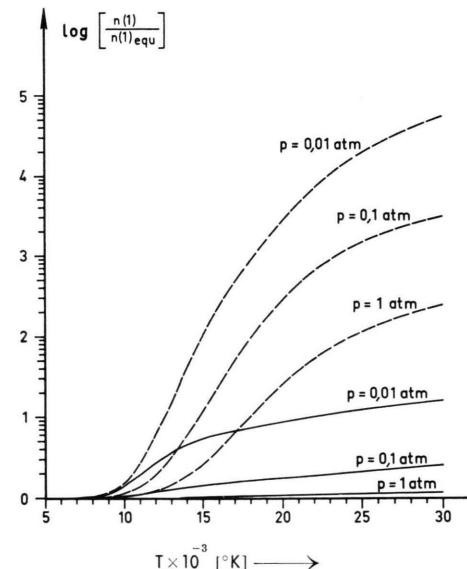


Abb. 1. Relative Grundzustandsbesetzung bei Drücken von 0,01 bis 1 Atmosphäre für den optisch dünnen Fall (----) und für vollständige Absorption in der LYMAN-Serie (—).

des Grundzustandes liegen natürlich immer zwischen diesen Grenzen (Abb. 2 bis Abb. 10). Das charakteristische Verhalten der Besetzungsdichten ist bei allen Drücken ähnlich, bei tiefen Drücken jedoch ausgeprägter. Für Temperaturen unter 15000 °K sind auf Grund der geringen Elektronendichte die

¹⁰ Der Ausdruck in der eckigen Klammer reduziert sich im Sonderfall $j = 1, i = 2$ und unter Vernachlässigung der induzierten Emission ($B(j, i) = 0$) auf das von DRAWIN⁸ angegebene $\lambda_{1,2}$.

¹¹ Nach Abschluß der vorliegenden Rechnungen wurde von R. MEVE, Brit. J. Appl. Phys. 18, 1 [1967], ein zur Struktur der Gl. (6) analoger Ansatz veröffentlicht.

¹² Der Index „equ“ kennzeichnet die Gleichgewichtsbesetzung bei konstantem Druck, während der Index „E“ sich auf die Gleichgewichtsbesetzung bei konstanter Elektronendichte bezieht.

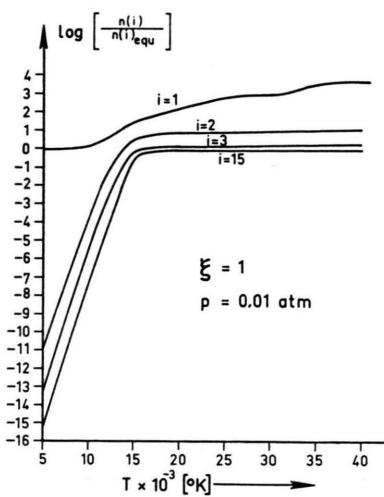


Abb. 2.

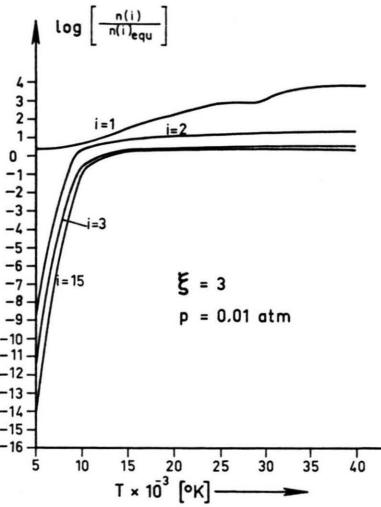


Abb. 3.

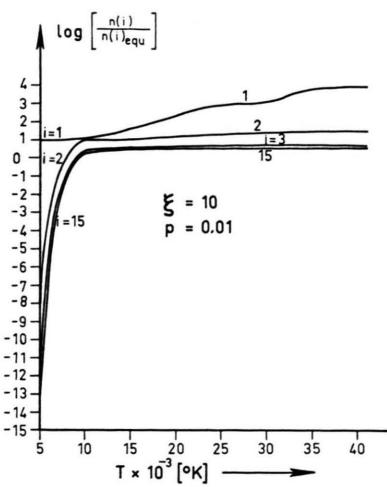


Abb. 4.

Abb. 2–4. Relative Besetzung der Niveaus mit Quantenzahl i unter Berücksichtigung der variablen Absorption nach Gl. (6), bei einem Druck von $p = 0,01 \text{ atm}$. und einem Temperaturverhältnis $\xi = T_e/T_j$ von 1,3 und 10. ($T \equiv T_e$)

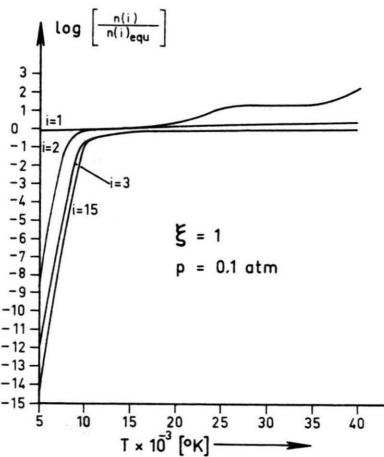


Abb. 5.

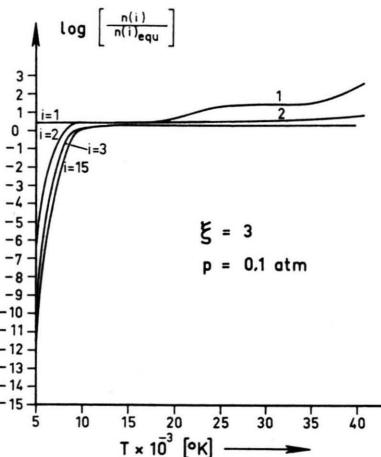


Abb. 6.

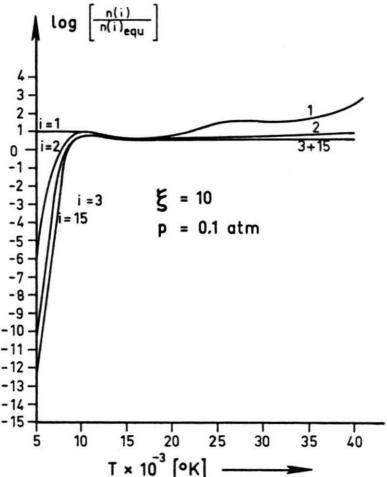


Abb. 7.

Abb. 5–7. Wie in den Abb. 2–4, jedoch bei einem Druck von $p = 0,1 \text{ atm}$.

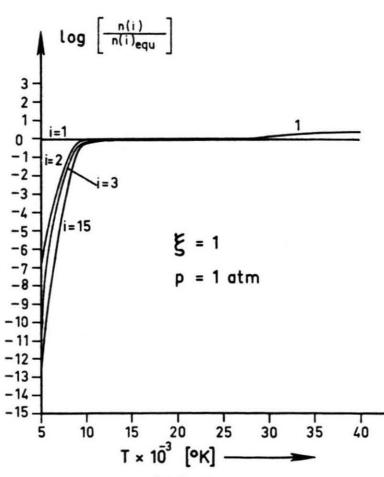


Abb. 8.

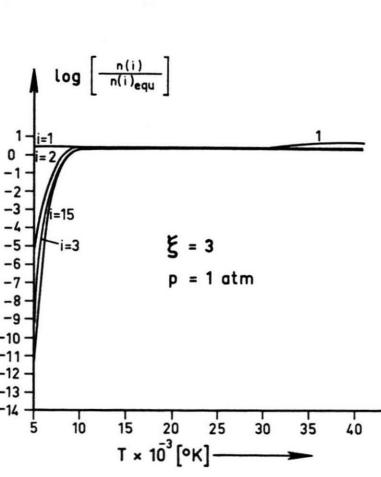


Abb. 9.

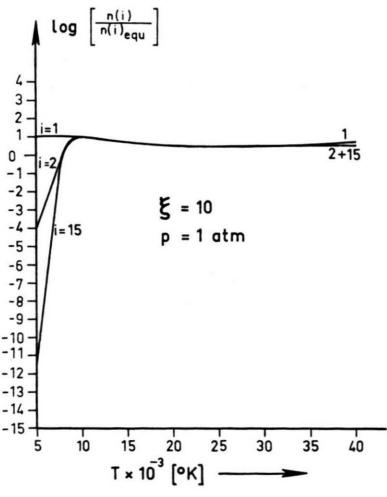


Abb. 10.

Abb. 8–10. Wie in den Abb. 2–4, jedoch bei einem Druck von $p = 1 \text{ atm}$.

Abweichungen vom Gleichgewicht für $i > 1$ außerordentlich groß. Der Grundzustand wird im wesentlichen durch die Druckgleichung festgelegt und ist bei tiefen Temperaturen linear von ξ abhängig. Für Temperaturen zwischen 15000 °K und etwa 30000 °K werden die Abweichungen für $i > 1$ geringer, weil in diesem Bereich die Elektronendichte ein Maximum durchläuft. Der Grundzustand weist hier jedoch große Abweichungen auf. Die Unregelmäßigkeiten in den Kurven $i = 1$ kommen durch die wechselseitige Wirkung des Strahlungsfeldes und der Elektronen zustande. Bei hohen Temperaturen verschwindet das Strahlungsfeld: das Plasma wird optisch dünn. Bei Temperaturen über 30000 °K nimmt auch die Elektronendichte soweit ab, daß sogar bei höheren Niveaus ($i > 1$) wieder stärkere Abweichungen auftreten.

Das Verhalten des Strahlungsfeldes ist in der Abb. 11 an Hand des maßgebenden Faktors $\Theta(1, 2)$

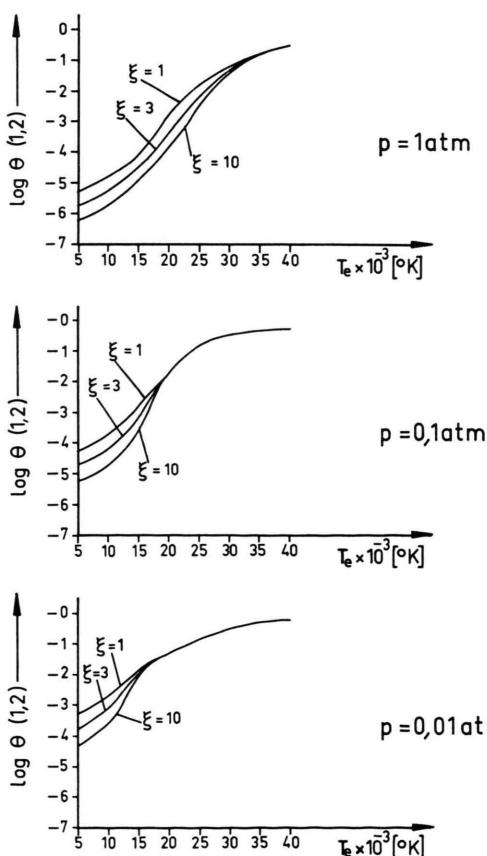


Abb. 11. Der für die Berücksichtigung des Strahlungsfeldes ausschlaggebende Faktor $\Theta(1, 2)$ ist hier als Beispiel herausgegriffen und für die interessierenden Parameter p und ξ als Funktion der Elektronentemperatur aufgetragen.

für den Resonanzübergang für alle Parameter aufgezeichnet. Die relativen Elektronendichten (Abb. 12–14) zeigen nur unterhalb von 15000 °K drastische Abweichungen vom Gleichgewicht.

Der Einfluß des ξ -Faktors ist in den Abb. 15–18 als Funktion der Quantenzahl i bei $p = 1$ atm und verschiedenen Temperaturen besonders deutlich gemacht.

Eine mikroskopische Berücksichtigung von ξ muß einer weiteren Arbeit vorbehalten bleiben. Dazu müssen Anregungs- und Ionisationsstöße von den schweren Teilchen (mit ihrer statistischen Verteilung T_i) in die Gl. (2) einbezogen werden. Diese neue Betrachtung kann vor allem bei hohen Quantenzahlen zu Änderungen in den Besetzungsichten führen und das Verhalten an der Seriengrenze maßgeblich bestimmen.

Bei $p = 1$ atm, wo üblicherweise Gleichgewichtsbedingungen erwartet werden, sind jedoch noch bemerkenswerte Abweichungen festzustellen. Erst bei einem Druck von $p = 10$ atm bleiben die Abweichungen in der Größenordnung von einigen Prozent.

Wie schon in einer früheren, sich ausschließlich auf die Besetzung des Grundzustandes beziehende Arbeit¹³ angedeutet wurde, ist hier klar zu erkennen, daß die Annäherung der kinetischen Temperaturen ($\xi = 1$) kein hinreichendes Gleichgewichtskriterium darstellt. Aus den Kurven ist außerdem ersichtlich, daß experimentelle Bestätigungen des Gleichgewichtszustandes über Kontinuums- und Linienintensitätsmessungen nur mit größter Vorsicht gedeutet werden dürfen. In gewissen Temperaturbereichen können beispielsweise Elektronendichte und Anregungsniveaus für $i > 3$ Gleichgewichtswerte zeigen, während der Grundzustand stark überbesetzt bleibt.

Abschließend sei darauf hingewiesen, daß den Berechnungen die MAXWELLSche Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen zugrunde liegt und daß keine Beeinflussung des Plasmazustandes durch Stöße Atom – Atom, bzw. Atom – Ion, berücksichtigt wird.

Die Rechnungen wurden auf einer UNIVAC 1107 von Remington durchgeführt.

¹³ W. L. Bohn, Z. Naturforschg. **21a**, 377 [1966].

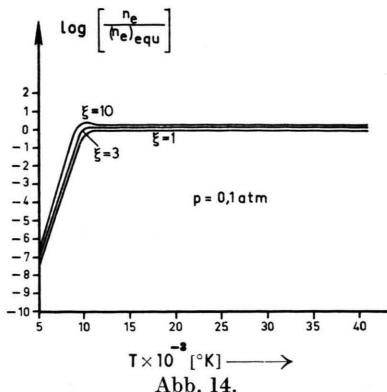
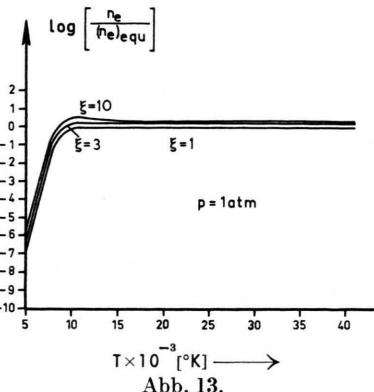
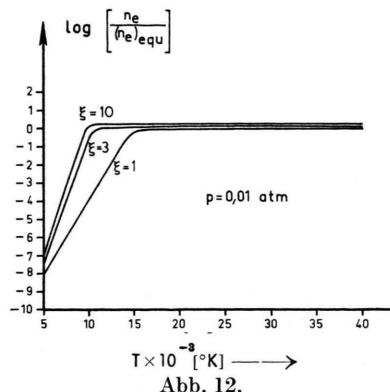


Abb. 12—14. Relative Elektronendichte bei variabler Absorption für die Parameter p und ξ .

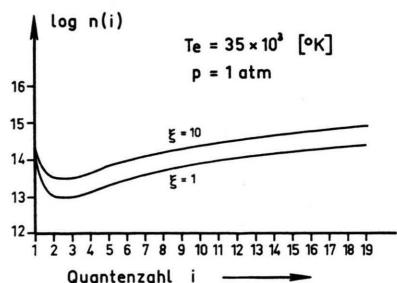
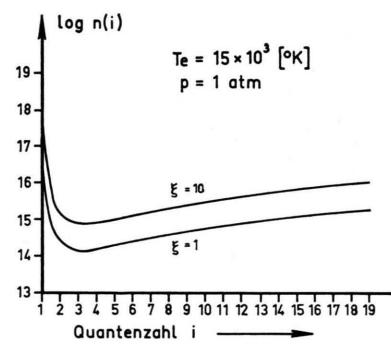
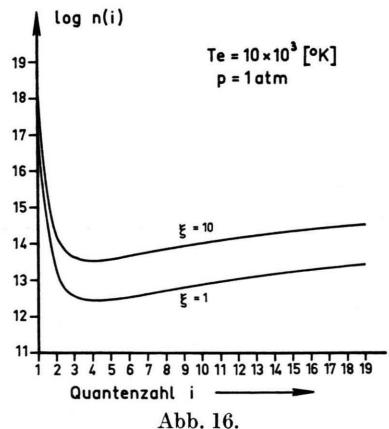
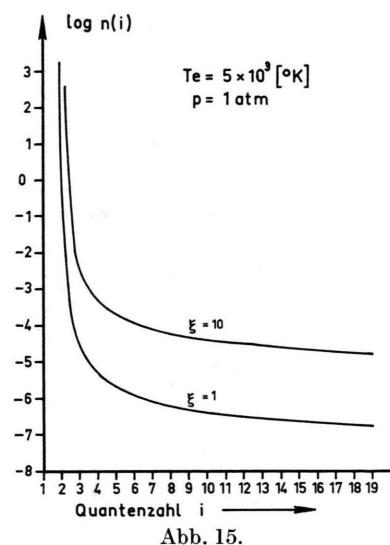


Abb. 15—18. Besetzungsdichten bei variabler Absorption als Funktion der Quantenzahl i für Temperaturen von $5 \cdot 10^3$, $10 \cdot 10^3$, $15 \cdot 10^3$ und $35 \cdot 10^3$ K und jeweils $\xi = 1$ und 10 .